APPUNTI DI MATEMATICA

ALGEBRA \ EQUAZIONI DI 2° GRADO (1)

L'equazione (numerica intera di 1° grado in 1 incognita, x) ax + b = 0 (con a , b $\in$ R ; a $\neq 0$) è sempre determinata in R , e ha sempre 1 soluzione (reale) , data da $x = -\frac{b}{a}$.

Equazioni numeriche intere di 2° grado in 1 incognita: in forma normale,

$ax^2 + bx + c = 0$, con a , b , c $\in$ R , a $\neq 0$ (altrimenti l'equazione torna ad essere di 1° grado, vedi sopra; in tutte le formule delle equazioni di 2°grado, quindi, si dà sempre per scontato che a sia diverso da zero).

I tre termini a , b , c sono, come sempre, i coefficienti dell'equazione; c è, come sempre, il termine noto.

- Un'equazione di 2° grado si dice **completa** se tutti e tre i coefficienti a , b , c sono diversi da zero (cioè se il polinomio di 2° grado, nella forma normale dell'equazione, è completo);
- Un'equazione di 2° grado si dice **incompleta** se almeno uno dei due coefficienti b e c è uguale a zero (cioè se il polinomio di 2° grado, nella formale dell'equazione, è incompleto, mancando del termine di primo grado, o del termine noto, o di tutti e due).

Le soluzioni **reali** di un'equazione numerica intera di 2° grado in 1 incognita a coefficienti reali possono essere al massimo 2 (e quindi possono essere due , o una , o nessuna, a seconda del tipo di equazione).

Per stabilire il tipo di equazione, e quindi il numero delle soluzioni **reali** dell'equazione, bisogna calcolare il cosiddetto **discriminante** o **delta** dell'equazione (delta perché indicato appunto con la lettera greca Δ) , dato da: $\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c$; si possono allora presentare i 3 seguenti casi:

1) $\Delta > 0$: l'equazione è determinata (in R) , e ha 2 soluzioni reali distinte (cioè diverse, differenti), date dai seguenti valori: $x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$, $x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$
(o, più semplicemente, $x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$, o anche $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$) ;

2) $\Delta = 0$: l'equazione è determinata (in R) , e ha 2 soluzioni reali coincidenti (cioè uguali; si usa anche dire che l'equazione ha 1 soluzione reale "doppia", perché "contata", per così dire, due volte), date dal seguente valore: $x = -\frac{b}{2a}$;

3) $\Delta < 0$: l'equazione è impossibile in R , ossia non ha soluzioni reali (ossia ha zero soluzioni reali; l'equazione peraltro è determinata in C , e ha 2 soluzioni complesse coniugate).

(Un'equazione numerica intera di 2° grado in 1 incognita è quindi determinata in R se il Δ è maggiore o uguale a zero; $\Delta \geq 0$ è la cosiddetta "condizione di realtà" delle radici di un'equazione numerica intera di 2° grado in 1 incognita).

APPUNTI DI MATEMATICA

ALGEBRA \ EQUAZIONI DI 2° GRADO (2)

Analisi delle equazioni incomplete:

1) $ax^2 = 0$ (b = c = 0) : $\Delta = 0$, equazione determinata (in R) con una soluzione reale doppia, data sempre da x = 0 .

2) $ax^2 + bx = 0$ (c = 0) : $\Delta > 0$, equazione determinata (in R) con due soluzioni reali distinte, date da $x_1 = 0$ (sempre) , $x_2 = -\frac{b}{a}$.

3) $ax^2 + c = 0$ (b = 0) : bisogna distinguere i due sottocasi in cui a e c sono discordi o concordi;

   I) a e c discordi : $\Delta > 0$, equazione determinata (in R) con due soluzioni reali distinte (e opposte), date da:

   $$x_1 = +\sqrt{-\frac{c}{a}} \quad , \quad x_2 = -\sqrt{-\frac{c}{a}} \qquad \text{(o, più semplicemente, } x = \pm\sqrt{-\frac{c}{a}} \text{)} .$$

   II) a e c concordi: $\Delta < 0$, equazione impossibile in R .

Dato un trinomio di 2° grado $ax^2 + bx + c$, se l'equazione "associata" $ax^2 + bx + c = 0$ ha il $\Delta \geq 0$, le soluzioni (o radici) x_1 e x_2 dell'equazione sono anche dette **zeri** del trinomio.

In questo caso, il trinomio può essere scomposto in fattori nel seguente modo:
$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$.